Elitzur-Vaidmans-bombetest

Eksempel til illustration af Kvantemekanikkens formalisme og fortolkning.

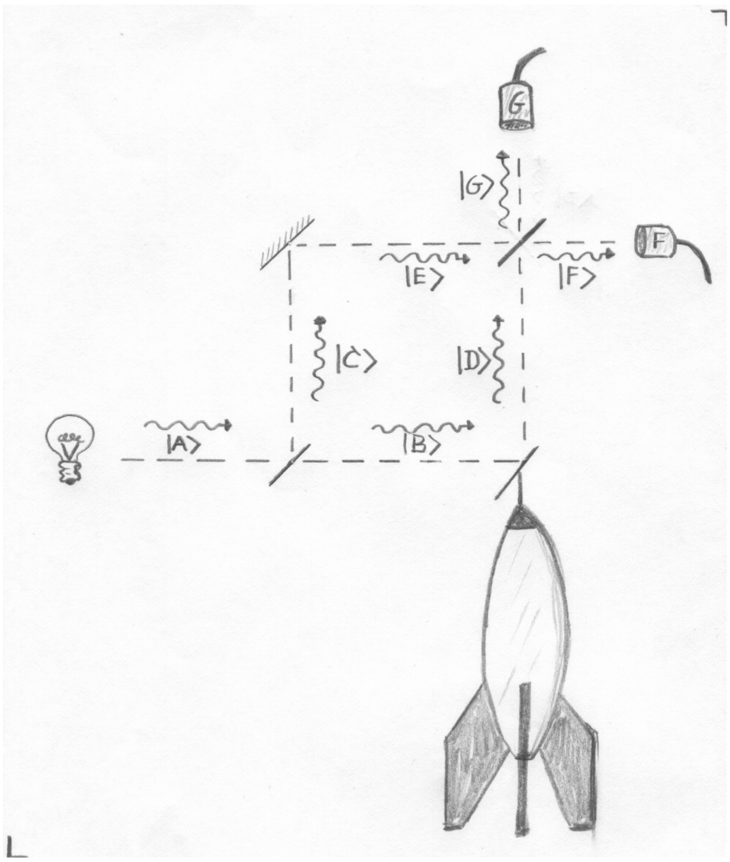
Jacob Nielsen[1]

I 1993 formulerede fysikerne Avshalom Elitzur og Lev Vaidman et problem, der er uløseligt i en klassisk verden, men som kan løse ved udnyttelse af kvantefænomener.

En serie bomber af tvivlsom kvalitet skal undersøges for fusere. På spidsen af bomben sidder en udløser. Bomben kan kun udløses ved, at en foton absorberers af udløseren. Imidlertid har udløseren sat sig fast på fuserne, så de virker som et spejl. Problemet er at finde en bombe, der med garanti fungerer. <u>Fuserne adskiller sig udelukkende fra de øvrige ved, at de ikke udløses af en foton</u>. Alle bomber viser sig identiske ved vejning, røntgenfotografering, lugt, auratydning, pendullering,......

Figuren nedenfor viser et såkaldt Mach-Zehnder interferometer. I hjørnet modsat bomben er anbragt et almindeligt forsølvet spejl. I de to andre hjørner sidder et halvgennemsigtigt spejl, hvor en foton med lige stor sandsynlighed reflekteres og transmitteres. F og G er fotondetektorer. Elpæren symboliserer en kilde, der udsender enkeltfotoner.

Hvis fotonerne opførte sig klassisk, ville fotonen med lige stor sandsynlighed registreres af detektorerne F og G. Det gælder både for fusere og virksomme bomber. En kvantemekanisk beregning viser imidlertid, at fotoner aldrig når G, hvis udløseren reagerer som et spejl. Så hvis vi detekterer en foton i G, ved vi, at den testede bombe er virksom. Fotonen "mærker" altså at bomben er i orden, uden at have været i berøring med den. Flere eksperimenter har vist, at denne type "berøringsfri" måling er en fysisk realitet.



Før ankomsten til det første spejl er fotonens tilstand $|A\rangle$. Et symbol som dette, der begynder med en lodret streg og slutter med > kaldes en "ket". Efter første spejl er fotonen i tilstanden:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|B\rangle+\frac{i}{\sqrt{2}}|C\rangle$$

Fotontilstanden er en superposition af en reflekteret og en transmitteret foton. Tallet foran ketten fastlægger tilstandens fase og sandsynlighed.

$$\left|\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\right|=\frac{1}{2} \wedge \left|\left(\frac{i}{\sqrt{2}}\right)^2\right|=\left|\frac{i^2}{2}\right|=\left|\frac{-1}{2}\right|=\frac{1}{2}$$

Fotonen er alså reflekteret med sandsynligheden ½, og dens fase ændres ved reflektion med en faktor *i*.

[1]E\Fysik\Kvantemekanikkens begrebsmæssige udvikling\Elitzur-Vaidman01.wpd

Vi kan nu følge fotontilstandenes vej mod detektorerne, idet spejling stadig giver en faseændring svarende til en faktor *i*, mens transmission ikke giver nogen faseændring.

$$|A\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|B\rangle + i|C\rangle)$$

$$|E\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|F\rangle + i|G\rangle)$$

$$|C\rangle \rightarrow i|E\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(i|F\rangle - |G\rangle)$$

$$|D\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(i|F\rangle + |G\rangle)$$

Hvis bomben er en fuser, så virker detonatoren som er spejl, og vi får:

$$|B\rangle \rightarrow i|D\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-|F\rangle + i|G\rangle)$$

Så i tilfældet fuser ender vi med:

$$|A\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|B\rangle + i|C\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(-|F\rangle + i|G\rangle) + \frac{1}{\sqrt{2}}(-|F\rangle - i|G\rangle)\right) = -|F\rangle$$

hvis der er tale om en fuser får vi en tælling i detektor F med sandsynligheden $(-1)^2 = 1$ (vished).

Hvis bomben fungerer, absorberes fotonen af detektoren, og vi får:

$$|B\rangle \rightarrow 0$$

$$|A\rangle \rightarrow \frac{i}{\sqrt{2}}|C\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(i|F\rangle - |G\rangle)\right) = \frac{1}{2}(-|F\rangle - i|G\rangle)$$

$$P(F) = \left(\frac{-1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \quad \wedge \quad P(G) = \left(\frac{-i}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

Så, **hvis bomben er funktionel, registreres en fjerdedel af fotonerne i middel i detektor G**. Desværre vil halvdelen af de funktionelle bomber detonere, og en fjerdedel vil give en tælling i F. Hvis vi får en tælling i F testes bomben en gang til. Testen er ikke så effektiv, men den kan forfines, så en vilkårlig stor andel af de funktionelle bomber findes.

I følge en klassisk betragtning bliver halvdelen af fotonerne reflekteret i det første spejl, og af disse bliver halvdelen detekteret i F og halvdelen i G. Hvis bomben er defekt, så fotoner reflekteres af detektoren, vil vi få:

Klassisk: $P(F|\text{defekt}) = P(G|\text{defekt}) = 1/4 \quad \wedge \quad P(\text{ingen tælling}|\text{defekt}) = ½$

Hvis bomben er funktionel fås:

Klassisk: $P(F|\text{funktionel}) = P(G|\text{funktionel}) = 1/4 \quad \wedge \quad P(\text{bang}|\text{funktionel}) = ½$

så uanset om en foton bevirker en eksplosion, en tælling i F, en tælling i G eller intet signal; så har vi ikke løst problemet med at finde en ueksploderet funktionel bombe.